## ALGEBRA 1

### Tussentoets 25 maart 2008, 09:30-11:00

Schrijf op elk blad dat je inlevert duidelijk je naam. Schrijf op het eerste blad ook je studentnummer en hoeveel vellen je in totaal inlevert. Geef duidelijke en volledige argumenten. Je mag gebruik maken van begrippen en stellingen die behandeld zijn, mits je de stellingen die je gebruikt duidelijk formuleert.

**Opgave 1.**
(i) Laat zien dat $\text{ggd}(33, 2401) = 1$ en bepaal de inverse van $(33 \bmod 2401)$ in de groep $(\mathbb{Z}/2401\mathbb{Z})^*$.
(ii) Geef een geheel getal $m$ met de eigenschap dat $m \equiv 4 \bmod 33$ en $m \equiv 7 \bmod 2401$.

**Opgave 2.** We werken in de groep $S_{11}$ van permutaties van $\{1, 2, ..., 11\}$. Schrijf de permutatie

$$\pi = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\ 3 & 1 & 6 & 7 & 5 & 2 & 11 & 4 & 10 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

als een product van disjuncte cykels. Bepaal de orde van $\pi$, het teken $\varepsilon(\pi)$ en de inverse van $\pi$.

**Opgave 3.** Zij

$$G := \{\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} : a, b, c \in \mathbb{R}, ac \neq 0\}.$$

(i) Toon aan dat $G$ een ondergroep is van $GL_2(\mathbb{R})$.
(ii) Zij $\phi : \mathbb{R} \to G$ de afbeelding gegeven door

$$\phi(x) = \begin{pmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Toon aan dat $\phi$ een homomorfisme van groepen is.